

Test de antrenament pentru examenul de bacalaureat național 2022**Proba E. c)M_tehnologic**

Test de antrenament 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I**(30 puncte)**

- 5p** 1. Să se arate că numărul $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6}$ este număr prim.
- 5p** 2. Determinați numărul $m \in \mathbb{R}$ știind că punctul $A(2,5)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = -mx + 1$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x + 3) + \log_2 x = 2$.
- 5p** 3. Calculați probabilitatea ca alegând un număr $n \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ acesta să verifice egalitatea $2^n = n^2$.
- 5p** 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(-1,1); B(0,2); C(4,0)$. Să se determine aria triunghiului ABC .
- 5p** 6. Arătați că $\sin^2 120^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$.

Subiectul II**(30)**

- 5p** 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $A^2 - 4A = -3I_2$.
- 5p** b) Determinați numărul $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\det(A + xI_2) = 0$.
- 5p** c) Aflați inversa matricei A .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Demonstrați că legea de compoziție este asociativă.
- 5p** c) Să se calculeze $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2022 \text{ ori}}$.

Subiectul III**(30)**

1. Se consideră funcția $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x} - 2 \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{2x}, x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$.
- 5p** c) Arătați că f este strict crescătoare pe intervalul $(16, +\infty)$.
2. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = xe^x$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = (x - 1)e^x$.
- 5p** a) Arătați că F este o primitivă a funcției f .
- 5p** b) Să se arate că $\int_0^1 f(x)dx = 1$.
- 5p** c) Să se arate că $\int_0^1 f(x)F^{2021}(x)dx = -\frac{1}{2022}$.